

研究論文

非単調ダイナミクスを用いた時系列パターンの学習^{*1}

森田 昌彦

筑波大学電子・情報工学系^{*2}Learning Sequential Patterns by Nonmonotone Analog
Neural Networks

Masahiko Morita

Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba

A learning method for nonmonotone analog neural networks is presented by which almost any sequential pattern can be memorized. This method does not require a complex learning rule or particular devices for synchronizing neurons or delay; one only has to change the input pattern gradually and modify the synaptic weights according to a kind of correlation learning rule. Then the state of the network follows a little after the input pattern, its trajectory growing into a dynamic attractor with a few times of repetition. Numerical simulations are performed to examine the learning process and the recollection ability of the model.

1. はじめに

動的な連想記憶モデル、すなわち時系列パターンを記憶する神経回路網は古くから研究されてきた^{1,2)}。しかし、その多くは離散時間・同期型のダイナミクスを用いているため、相互にほぼ直交したパターンの系列しか記憶できず、想起も非連続的である。連続時間のダイナミクスを用いたモデル^{3,4)}も提案されているが、実質的には遅延回路によって細胞の状態変化を同期させているため、なめらかな想起が実現されているとは言い難い。また、連続時間のモデルにリカレント逆伝播学習を適用して記銘を行う方法⁵⁻⁷⁾は、複雑な学習則を用いるにもかかわらず、必要な隠れ細胞の数、学習の回数や収束性に問題があり、小規模な回路網にごく簡単なパターンを記憶させる場合以外うまくいかない。

これらの問題は、従来の神経回路モデルが作る力学系の基本的性質に由来する。つまり、従来のモデルは、点状のアトラクタ（静的なパターンに対応する）を埋め込むのは容易であるが、線状に広がる動的アトラクタを埋め込むには適していない⁸⁾。従って、時系列パターンを安定かつなめらかに想起させるためには、回路網のダイナミクスの本質的な改良が必要である。

最近、静的な連想記憶の力学的性質を改善する非単調ダイナミクス^{9,10)}が、動的な連想記憶にも有効であることがわかってきた。例えば、与えられたパターン系列を適当に補間した上で、古典的な相関行列を用いる方法で荷重行列を構成すれば、そのパターン系列を同期機構や遅延回路なしに想起できる^{8,11)}。この際、力学系の状態空間において、記憶したパターン系列に沿った軌道が動的なアトラクタになっており、回路網の状態はその軌道上をゆっくりと連続的に動く。

しかし、このモデルは、1つ前のパターンとの相関を計算することによって荷重行列を求めているため、原理上は記銘の際に遅延回路などを必要とする。また、パターンが1ビットずつ連続的に変化したり、変化の速度が一定でない時系列パターンの場合には、荷重行列の求め方が複雑になる。

本論文では、こうした問題点を解決するために、学習によって時系列パターンを記憶する方法を論じる。但し、従来のダイナミクスで複雑な学習則を用いるのではなく、非単調ダイナミクスを適用した神経回路網（非単調アナログモデル）に、できるだけ簡単な学習則を導入する。また、シミュレーション実験により、学習の過程や本方法の有効性を示す。

*1 1994年8月29日受付

*2 〒305 つくば市天王台 1-1-1

2. モデルの動作

2.1 ダイナミクス

回路網を構成する n 個の細胞は、それぞれ次式に従って動作する。

$$\tau \frac{du_i}{dt} = -u_i + \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + z_i \quad (1)$$

$$y_i = f(u_i) \quad (2)$$

ここで、 y_i は i 番目の細胞の出力、 u_i は平均膜電位、 w_{ij} は j 番目の細胞からの結合荷重、 τ は時定数である。 z_i は系の外部からの入力で、学習時には教師信号としても働く。

また、出力関数 $f(u)$ として、Fig. 1 に示すような非単調関数

$$f(u) = \frac{1 - e^{-cu}}{1 + e^{-cu}} \cdot \frac{1 + \kappa e^{c'(|u|-h)}}{1 + e^{c'(|u|-h)}} \quad (3)$$

を用いる。ここでは $\kappa = -1$, $c = 50$, $c' = 10$, $h = 0.5$ としており、 $|u_i| = h$ のとき $y_i = 0$ となる。このように、従来の連続型のダイナミクス ($\kappa = 1$ とした場合に相当する) を改良し、 $f(u)$ に非単調性をもたせたのが非単調ダイナミクスである。

なお、このモデルでは、外部から $x_i = \text{sgn}(u_i)$ が観察でき (sgn は符号関数)、 $X = (x_1, \dots, x_n)^T$ によって想起の結果を得るものとする (T は転置)。便宜上、この X のことを「回路網の状態」と呼ぶ。

2.2 学習則

学習時には、各細胞を式(1)、(2)に従って動作させるのと並行して、 z_i を教師信号とする相関学習を行う。すなわち、結合荷重 w_{ij} を次式に従って修正する。

$$\tau' \frac{dw_{ij}}{dt} = -w_{ij} + \alpha z_i y_j \quad (4)$$

α は修正量を表す係数、 τ' は学習の時定数であり、 $\tau' \gg \tau$ である。

教師信号の与え方にはいろいろな方法が考えられるが、ここでは最も単純に、

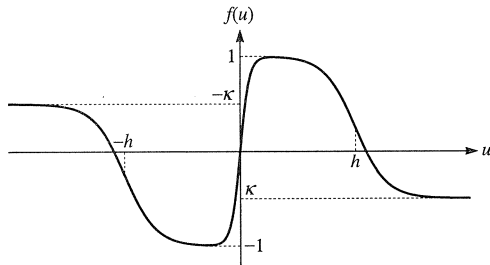


Fig. 1 Nonmonotonic output function.

$$z_i(t) = \beta r_i(t) \quad (5)$$

とする。但し、 $r_i(t)$ は学習させる時系列パターン $R(t)$ の第 i 成分 ($i=1, \dots, n$) であり、1 または -1 をとる。また、 β は外部入力の強度を表す係数である。このとき、式(4)は

$$\tau' \frac{dw_{ij}}{dt} = -w_{ij} + \gamma r_i y_j \quad (6)$$

と書けるから ($\gamma = \alpha\beta$)、 r_i を教師信号とする相関学習とみなすことができる。

なお、 $R(t)$ はほぼ連続的に変わる (同時に多数の成分が変化することはない) ものとする。そうでない場合には、 $Z = (z_1, \dots, z_n)^T$ がなめらかに変化するように、教師信号の与え方を工夫する必要がある。

2.3 学習過程

X のとり得る 2^n 個の状態からなる空間 (状態空間) を考えよう。ある時刻における学習パターン R は、 X と同様この空間中の 1 点で表すことができ、その点は時間と共に移動する。学習の目標は、状態空間における X の軌道を、 R の軌道となるべく一致させることである。

学習の原理をわかりやすく説明すると、以下のようになる。まず、学習の初期 (w_{ij} の初期値は 0, $\beta \approx h/2$ とする) の段階では $|u_i| \approx \beta$ なので、 $y_i \approx x_i$ と近似して考える。

今、 $X = R = S^0$ の初期状態にあったとして、そのまま R を一定のパターンに保ち続けたとしよう。すると、常に $X = S^0$ が成り立つので、十分な時間の後、 $w_{ij} \approx \gamma s_i^0 s_j^0$ となる (s_i^0 は S^0 の第 i 成分)。これは静的なパターン S^0 を自己相関行列を用いて記憶した場合と同じであるから、状態 $X = S^0$ は式(1)で表される力学系の点アトラクタとなる。このとき、点 S^0 およびその周辺において、ベクトル $V = WY$ は S^0 を向いている。

この状態から、 R を少し動かして $R = S^1$ とし、その状態を保ったとする。しばらくの間 X は S^0 にとどまっているが、その間 W はほぼ

$$\tau' \frac{dw_{ij}}{dt} = -w_{ij} + \gamma s_i^1 s_j^1 \quad (7)$$

に従って変化する。これにより、 V は次第に S^1 方向の成分を増す。また $Z = \beta S^1$ も加わるので、しばらくすると $X = S^1$ の状態になる。以下、同様に $R = S^2, S^3, \dots, S^l$ の状態を保つことにより、 w_{ij} に $s_i^{\mu+1} s_j^{\mu}$ ($\mu=1, \dots, l-1$) に比例する成分が加えられる。以上の学習を繰り返し行えば、近似的に

$$W = \frac{\gamma}{l} \sum_{\mu=0}^{l-1} S^{\mu+1} S^{\mu T} \quad (8)$$

に収束することが期待される。これは、相互相関行列を

用いてパターン系列 $S^0 \rightarrow S^1 \rightarrow \dots \rightarrow S^l$ を記憶させる場合の W と等しい。従って、状態空間中のこの系列に沿った軌道が線状のアトラクタとなり、外部入力 Z が 0 であっても S^m が次々と想起されるはずである。

以上の説明に基づけば、学習の際には非単調ダイナミクスを用いなくてもよいように思える。しかしながら、従来のダイナミクスでは、線状のアトラクタの形成が本質的に困難である⁸⁾ため、 X の軌道がいつまでもアトラクタにならず、むしろ学習が進むにつれて R の軌道から大きく外れてしまう。また、出力関数の非単調性には、学習の安定性・収束性を高める働きもある。というのは、 α を大きめの値に設定しておけば、 $|w_{ij}|$ が大きくなったとき、全体的に $|u_i|$ が増加して $|y_i|$ が減少し、 w_{ij} の修正量が自動的に小さくなるからである。

さて、実際には R は連続的に変化していくので、 $X=R$ になることはなく、常に X が R の後を追いかける形で学習が行われる。この際、 X と R の距離がある限度以上になると、両者がどんどん離れてしまって学習がうまくいかない。そのため、特に学習の初期には、両者が離れすぎないように、外部入力の強度 β を大きくするか、 R をゆっくりと変化させなければならない。

3. シミュレーション実験

細胞数 $n=1000$ の回路網についてシミュレーション実験を行った。学習させる軌道は、状態空間中の m 個の点 Q^0, \dots, Q^{m-1} を経由し、再び Q^0 に戻る周期的軌道とした（経由点の間では、 r_i を i の大きい方から順に変化させる）。 Q^i はランダムに選んだが、ほとんど同じものがない限り任意の点でよい。同一のパターンが複数回

現れるような場合でも、適当な隠れ細胞を用い、それを含めた状態空間で軌道が重ならないようにすれば学習可能である。

なお、以下の実験では、 $m=100$ と経由点の数が十分大きいので、軌道が周期的であることに本質的な意味はない。また、複数の時系列パターンや静的パターンが混在しても、すべて同様に学習できる。但し、別の時系列パターンの学習は、それまで学習していたパターンとつながらないように、一瞬 β を大きくして、短時間のうちに $X=R$ の状態にしてから行う必要がある。

さて、前記の軌道に沿って一定速度で R を動かしながら、2.2 の方法で学習を行った。軌道を一周する時間（時系列パターンの周期）は 500τ とした。 R が Q^0 に戻ると引続き 2 回目以降の学習に入るが、その度に β を 0.3（初期値）から 0.2, 0.1, 0.05 と減らしていった（5 回目以降は 0.05）。その他のパラメータは、 $\alpha=2$, $\tau'=5000\tau$ とした。

Fig. 2 は、学習の途中（3 回目に入った直後）の様子を示したグラフである。 X と Q^i との重なり率（overlap）

$$p_\nu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i q_i^\nu \quad (9)$$

の変化 (q_i^ν は Q^i の第 i 成分) が実線で描かれている ($\nu=0, 1, \dots, 6$)。また、破線は R と Q^i との重なり率を表す。横軸は τ を単位とする時間であるが、学習開始から 1000τ 後を原点として表示してある。

この図は、回路網の状態 X が学習パターン R の少し後を追従していることを示している。但し、 p_ν が 1 に達していないことから、完全に同じ軌跡をたどっている

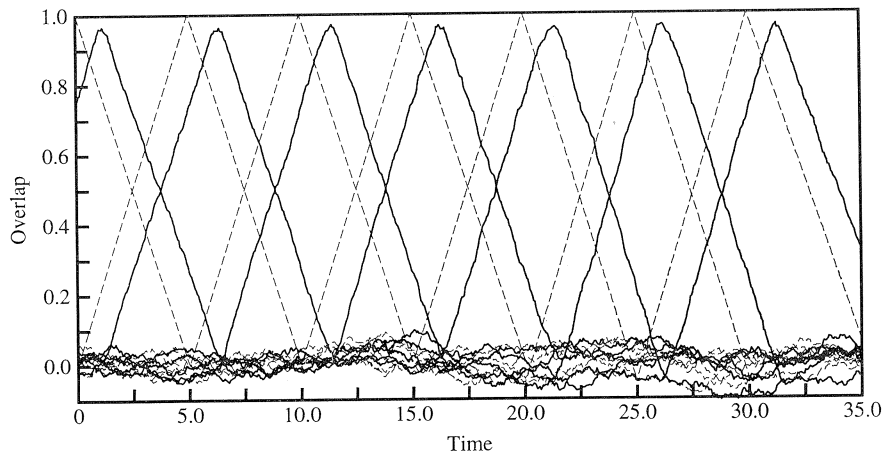


Fig. 2 Time course of the overlaps of Q^i with X (solid lines) and R (broken lines) in the middle of learning ($Z=0.1R$).

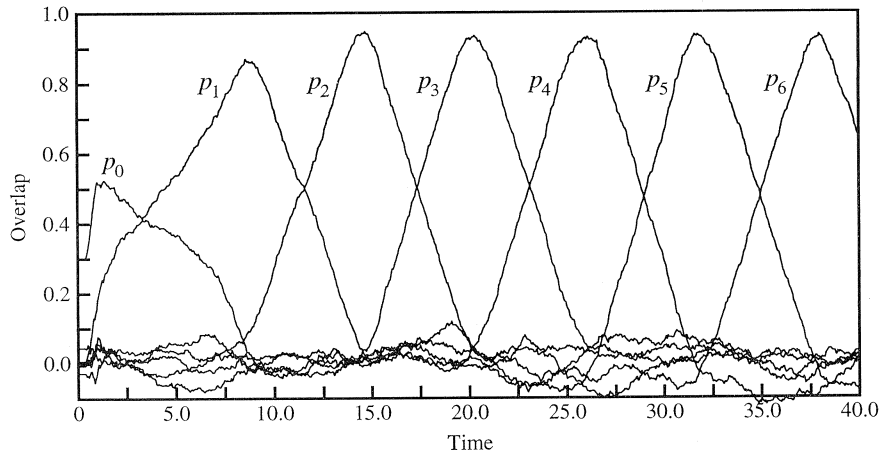


Fig. 3 Time course of the overlaps p_v after learning ($Z=0$).

わけではなく、少しずれたところを通過していることがわかる。この段階では、まだ外部からの入力 $Z=0.1R$ にかなり頼っているので、 Z を 0 にすると X は R からどんどん遠ざかる。しかし、学習が進むにつれて外部入力に頼らなくなり、5 周目に入る頃からは、 $Z=0$ としても X が R の軌道に大体沿って動くようになる。

次に、6 周期 (3000 τ) の学習を終えた後の回路網の想起能力を調べた。Fig. 3 は、 $p_0=0.3$ となる初期状態を与えた後、外部入力を 0 にしたときの p_0 から p_6 の時間変化である。 p_0 は約 0.6 までしか増えないが、 p_1 は 0.85 まで増加し、 p_2 以降のピーク値は 0.9 以上になっている。 Q^0 は単なる経由点であって特別な意味をもたないから、0.9 以上の重なり率というのは R の軌道上のあらゆる点について成り立つ。このように、ほぼ目的の軌道が記憶され、学習した時系列パターンとかなり異なったパターンからでも想起できることがわかる。但し、 X が動く速度、すなわち想起速度は学習時よりも若干遅く、 X が Q^0 付近に戻ってくるまで約 600 τ の時間がかかった。

なお、学習をこれ以上長時間行っても、想起能力はほとんど向上しない。しかし、想起速度はいくらか速くなり、例えば 8 周期の学習後には、 X は約 550 τ で軌道を一周した。但し、いくら学習を続けても、 X の速度が R の速度を超えることはない。想起速度を高めたい場合には、学習の際 R を次第に速く動かすとよい。 R の速度を部分的に変え、時系列パターンの一部だけを速く（あるいはゆっくりと）想起させることも可能である。

4. 考 察

学習後の回路網がどのような力学系になっているかを

見てみよう。Fig. 4 は、様々な初期状態 (図の黒丸) を与えたときの p_1 - p_0 平面における X の軌跡 ($t=0\sim 20\tau$) を描いたものである。この平面上で、 Q^0 と Q^1 とはそれぞれ点 (0, 1) および (1, 0) の辺りに位置し、 Q^0 から Q^1 にかけての R の軌道はこの 2 点を結ぶ線分となる。この図から、 p_0 の初期値が約 0.3 以上のとき、 X がまず直線 $p_0+p_1=1$ に向かってほぼ垂直に近づいてから、直線に沿って Q^1 の方へ進行方向を変える様子が読み取れる。

ここで注目すべきは、 X の軌道は R の軌道から多少ずれているにもかかわらず、この平面上で見ると、 Q^0 と Q^1 の間で両者の軌道が完全に重なっているという点がある。このことは、 R の軌道や学習時の X の軌跡がそのまま線状のアトラクタになっているのではなく

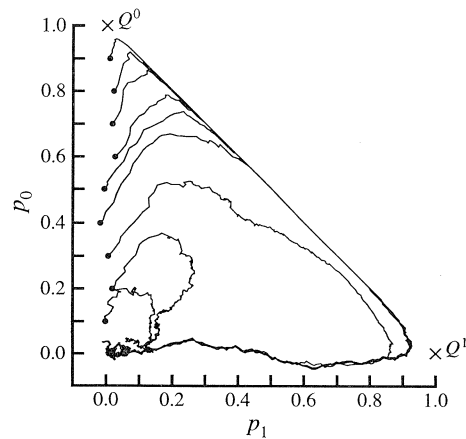


Fig. 4 Transition of the network state on the p_1 - p_0 plane.

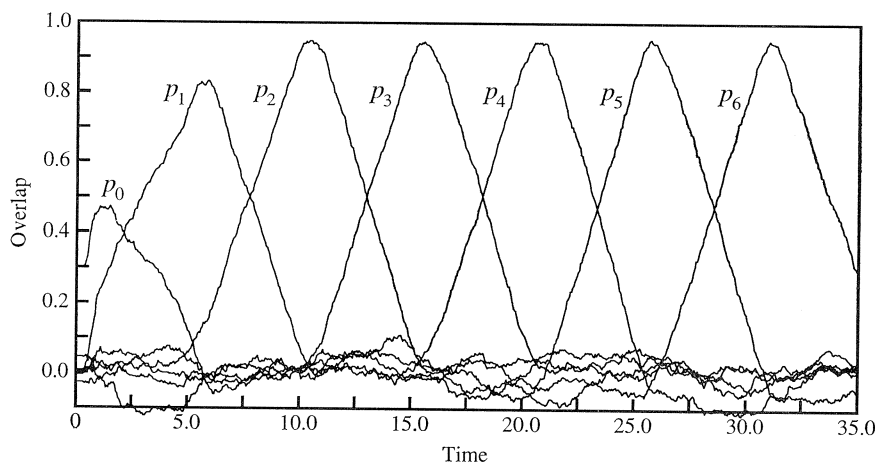


Fig. 5 Process of recollection for the improved learning rule.

て、 R の軌道を含むある部分空間（例えば直線 $p_0 + p_1 = 1$ 上に属する状態の集合）が、言わば曲面状のアトラクタを構成しており、 X はその部分空間内を通過することを示唆する⁸⁾。学習の際、 R の軌道が曲がっているのに対して X は常に現在の R の方へまっすぐ進もうとするため、軌道にずれが生じる。しかし、それはある部分空間内でのずれであり、その部分空間がアトラクタになっているため、学習時および想起時に X が R の軌道から大きく逸脱することがないのだと考えられる。

ところで、学習の際 X と R との距離はほぼ一定に保たれ、軌道上を動く速度も一致する方向に学習が進む。これは、 W の修正によって X を R に近づけようとする働きが、両者の距離と共に増大するからである。

このことから、学習時の X と R の距離を縮め、想起誤差（軌道のずれ）を減らす方法として、 w_{ij} の修正係数 α を可変にすることが考えられる。具体的には、例えば $\alpha = \alpha' |y_i|$ とすればよい（ α' は正の定数）。これは、 i 番目の細胞の出力の大きさに比例して修正量が増えることを意味しており、自然な変更であろう。これにより、 $x_i = r_i$ が成り立たない細胞（一般に $|u_i|$ が小さく、 $|y_i|$ が大きい）への入力荷重が重点的に修正される。式(4)に代入すると

$$\tau_i \frac{dw_{ij}}{dt} = -w_{ij} + \alpha' z_i |y_i| y_j \quad (10)$$

となることから、相関学習に直交学習の効果を加味した学習則⁹⁾の一種と見なすこともできる。

この学習則（ $\alpha' = 5$ ）を用いて、前記の実験と同じ時系列パターンを4周期（2000 τ ）の間学習させた後、Fig. 3と同じ初期状態を与えた。想起の結果を Fig. 5 に示す。 α を定数とした場合と比べて、学習時間が2/3であるに

もかわらず、 p_n のピーク値が大きいことがわかる。また、 X の移動速度が増し（時間スケールの違いに注意）、学習時とはほぼ等しくなっている。このように、改良した学習則には、学習時間を短縮し、空間および時間方向の想起誤差を減らす効果がある。

5. おわりに

非単調ダイナミクスを用いた時系列パターンの学習法を提案し、これによって複雑な時系列パターンが容易に記憶できることを示した。この学習法は、遅延回路などを必要とせず、学習則も非常に単純である。また、数回の繰り返し学習で記憶が完了し、式(10)の学習則を用いれば、学習回数のごく少数で済む（条件によっては1回でも記憶可能）。更に、時系列パターンと静的パターンを同じ回路網に全く同様に記憶できる（学習パターン R の与え方だけが異なる）ことも特筆すべきであろう。

このように、本論文で提案した学習法は、多くの優れた特徴を備えており、原理的には実際の脳でも十分に実現可能である。もちろん、脳のモデルとして見るとまだ問題が残っているが、脳でも同様な原理に基づいて学習が行われている可能性は高いと思われる。この点について更に検討し、実際の脳神経回路により即したモデルを構成することは、今後の重要な課題である。その他、モデルの能力の定量的評価や数学的解析、時系列パターンの認識への応用なども今後の課題である。

参考文献

- 1) Amari, S. (1972): Learning patterns and pattern sequences by self-organizing nets of threshold elements, IEEE Trans. Comput., Vol. C-21, No.

- 11, pp. 1197-1206
- 2) 福島邦彦 (1973): 時空間パターンの連想形記憶, 電子通信学会論文誌 (D), Vol. 57-D, No. 7, pp. 401-407
- 3) Sompolinsky, H. and Kanter, I. (1986): Temporal association in asymmetric neural networks, *Physical Rev. Lett.*, Vol. 57, No. 22, pp. 2861-2864
- 4) Kleinfeld, D. (1986): Sequential state generation by model neural networks, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 83, pp. 9469-9473
- 5) Pearlmutter, B. A. (1989): Learning state space trajectories in recurrent neural networks, *Neural Computation*, Vol. 1, pp. 263-269
- 6) Williams, R. J. and Zipser, D. (1989): A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks, *Neural Computation*, Vol. 1, pp. 270-280
- 7) 銅谷賢治, 吉澤修治 (1990): 時間パターン記憶の神経回路網モデル, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), Vol. J73-D-II, No. 8, pp. 1150-1157
- 8) 森田昌彦 (投稿中): 非単調ダイナミクスを用いた時系列パターンの連想記憶, 電子情報通信学会論文誌 (D-II)
- 9) 森田昌彦, 吉澤修治, 中野 馨 (1992): 非単調ダイナミクスを用いた構造をもつパターンの連想記憶, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), Vol. J75-D-II, No. 11, pp. 1884-1891
- 10) Morita, M. (1993): Associative memory with nonmonotone dynamics, *Neural Networks*, Vol. 6, No. 1, pp. 115-126
- 11) Morita, M. (1994): Smooth recollection of a pattern sequence by nonmonotone analog neural networks, *Proc. 1994 Int. Conf. on Neural Networks*, Vol. 2, pp. 1032-1037