

## 非単調ダイナミクスを用いた時系列パターンの連想記憶

正 員 森田 昌彦<sup>†</sup>

Associative Memory of Sequential Patterns Using Nonmonotone Dynamics

Masahiko MORITA<sup>†</sup>, *Member*

あらまし 従来の神経回路網は、同期機構や特殊な回路構造がない限り、ごく限られた時系列パターンしか記憶できなかった。これは時系列パターンの記憶に適した力学的性質をもっていないからである。本論文では、非単調ダイナミクスを適用した神経回路網が、静的なパターンの場合と同様な方法によってほとんど任意のパターン系列を記憶できることを示す。このモデルでは、力学系の状態空間において、記憶したパターン系列を結ぶ軌道が動的アトラクタになっており、回路網の状態はその軌道に沿って連続的に変化していく。こうした滑らかな想起を可能にする力学的構造がどのように実現されているのかについても議論する。

キーワード 神経回路網, 連想記憶, 非単調ダイナミクス, 時系列パターン, 動的アトラクタ

### 1. ま え が き

神経回路網による連想記憶と言えば、自己相関型モデルに代表されるように、時間的に変化しない空間パターン（静的パターン）を記憶するものが多い。しかし、人間の記憶を考える上でも、また応用上も、時間的に変化するパターン（時系列パターン）を記憶することが重要である。時系列パターンを扱う動的連想記憶のモデルも古くから提案されている<sup>(1)・(2)</sup>が、これらは静的パターンの連想記憶モデルと同じ問題をもつ以外に、動的パターンに特有の深刻な問題点を抱えている。

静的パターンの連想記憶では、回路網のダイナミクスが同期的（全細胞が一斉に状態を更新する）でも非同期的でも、また微分方程式で表されるような場合（連続時間型）であっても、系全体の振舞いに大きな違いはない。ところが、ほとんどの動的連想記憶モデルでは、離散時間・同期型のダイナミクス（またはそれと同等な同期機構）を用いないとうまく動作しないのである。そのため、回路網が出力するパターンが徐々に移り変わっていくような、滑らかな想起をすることができない。このことは、脳のモデルとして考えたとき不自然であると同時に、工学的な応用に際しても強

い制約を与える。

また、近年リカレントネットのバックプロパゲーション（BP）学習<sup>(3)</sup>を用いて時系列パターンを記憶しようという試み<sup>(4)~(6)</sup>も盛んである。しかし、連続時間型のモデルでは、回路網が小規模な場合などのごく限られた条件のもとでしか学習がうまくいかない。

これらの問題の根本には、従来のモデルが形成する力学系は動的なパターンを扱うのに適していない（2. 参照）、ということがある。従って、時系列パターンをうまく記憶するためには、それに適した力学系が実現されるよう、回路網のダイナミクスを改良する必要がある。

ところで、静的パターンの連想記憶に関しては、非単調出力関数によってダイナミクスを改良する方法（非単調ダイナミクス）が提案され、その有効性が示されている<sup>(7)・(8)</sup>。この際、記憶容量や想起能力が増大するだけでなく、モデルの力学的な性質が大幅に変わることから、非単調ダイナミクスは時系列パターンの記憶にも有効ではないかと期待される。むしろ、ダイナミクスと直接的に結び付いている分だけ、効果がより明確に表れるに違いない。

本論文の目的は、非単調ダイナミクスを適用した神経回路網（非単調アナログモデル）が、動的連想記憶に適した力学的性質を備えていることを示すことである。以下では、まず従来のモデルの問題点とその原因について論じる。次に、非単調アナログ神経回路網に

<sup>†</sup> 筑波大学電子・情報工学系、つくば市  
Institute of Information Sciences and Electronics, University  
of Tsukuba, Tsukuba-shi, 305 Japan

パターン系列を記憶するための簡単な方法<sup>(9)</sup>を述べ、これについてシミュレーション実験を行う。最後に、提案したモデルの力学構造<sup>(10)</sup>について考察する。

## 2. 従来のモデルの問題点

### 2.1 相互相関行列型

議論の出発点として、次のような最も単純なモデル<sup>(1)</sup>を考えよう。まず、各細胞の出力は±1の2値をとり、 $n$ 個の細胞すべてが同期的に動作するものとする。すなわち、各細胞は離散時刻 $t=1, 2, \dots$ において

$$x_i(t) = \text{sgn} \left( \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j(t-1) \right) \quad (1)$$

に従って一斉に状態を更新する。ここで、 $x_i$ は $i$ 番目の細胞の出力、 $w_{ij}$ は $j$ 番目の細胞から $i$ 番目の細胞への結合荷重である。sgn( $u$ )は符号関数で、 $u < 0$ のとき $-1$ 、 $u \geq 0$ のとき $1$ をとる。また、ベクトル $X_t = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$ を考え ( $T$ は転置)、これを時刻 $t$ における回路網の状態と呼ぶ。荷重行列 $W = [w_{ij}]$ を用いれば、状態遷移則は

$$X_t = \text{sgn}(WX_{t-1}) \quad (2)$$

で表される (関数sgnは成分ごとに作用する)。

次に、パターン系列 $S^0 \rightarrow S^1 \rightarrow \dots \rightarrow S^m$  ( $S^\mu = (s_1^\mu, \dots, s_n^\mu)^T$ ,  $s_i^\mu = \pm 1$ ) を回路網に記憶させることを考える。以下では、 $S^{\mu T} S^\nu = 0$  ( $\mu \neq \nu$ )、すなわちすべてのパターンが相互に直交することを仮定するが、 $S^{\mu T} S^\nu \ll n$ が成り立てば完全に直交していなくてもよい。

このとき、相互相関行列

$$W = \frac{1}{n} \sum_{\mu=0}^{m-1} S^{\mu+1} S^{\mu T} \quad (3)$$

を荷重行列として用いるのが最も簡便な記銘方法である。回路網の初期状態 $X_0$ として $S^0$ またはそれに十分近いパターンを与えると、

$$X_1 = \text{sgn} \left( \frac{1}{n} \sum_{\mu=0}^{m-1} (S^{\mu T} X_0) S^{\mu+1} \right) = S^1 \quad (4)$$

となって、時刻 $t=1$ で $S^1$ が想起されることになる。以下同様に $X_2 = S^2$ ,  $X_3 = S^3, \dots$ が成立し、記憶したパターン系列が順次想起される。

さて、このモデルを離散力学系と見て状態空間を考えよう。系がとり得る状態は $2^n$ 個の点で、 $S^\mu$

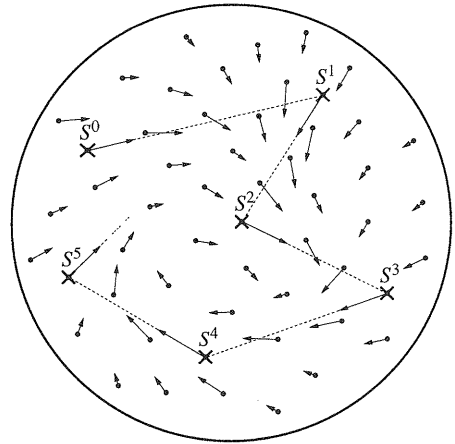


図1 状態空間におけるベクトル $V$ の分布

Fig. 1 Distribution of vector  $V$  in the state space.

( $\mu = 0, \dots, m$ ) は相互に十分離れた $m+1$ 個の点で表すことができる。また、ある時刻における系の状態 $X$ は、状態空間中の1点に位置し、時間と共に点から点へ移ることになる。

図1は、この空間の各点におけるベクトル $V \equiv WX$ を模式的に描いたものである。系の状態はほぼベクトル $V$ の方向へ移動していくから、この図は力学系の流れを表していると見てよい。例えば、点 $S^0$ において $V = S^1$ なので、点 $S^0$ での流れは点 $S^1$ へ向かっている。同様に点 $S^\mu$ での流れは点 $S^{\mu+1}$ を向いている。しかしながら、例えば $S^0$ と $S^1$ の間にある点では、 $V$ は $S^1$ と $S^2$ の中間を向く。特に $S^1$ の近くでは、ほぼ $S^2$ の方向、すなわち $S^1$ とは直交する方向を向いている。

このような流れをもつ力学系で、 $X$ が $S^1$ に達するには、 $S^0$ の近傍の点から遠く離れた点 $S^1$ まで、途中の点を経由せず一気に飛ばなければならない。離散時間で同期型のダイナミクスを用いれば、そのような状態遷移が可能であるため、パターン系列を次々に想起できるわけである。

ところが、それ以外のダイナミクスでは、多数の細胞の状態が一度に変わることはないから、 $X$ は状態空間中を少しずつ動いていくことになる。そのため、 $S^0$ を出発したとき $S^1$ に向かっているも、徐々に別の方向へ向きを変えていき、 $S^1$ には達し得ない。何とか $S^1$ の近くまで来ても、そこから $S^3, S^4$ へと向かううちに、記憶したパターンからどんどん遠ざかってしまう。 $S^\mu$ と $S^{\mu+1}$ とが十分に近ければ、中間の状態をほと

んど経由しないことも可能だが、近隣のパターンの影響によって点 $S^\mu$ における $V$ の向きが $S^{\mu+1}$ から大きくずれてしまう。かといって、他のパターンの影響を除こうとすると、結局は各パターンを相互に直交するベクトルに変換するのと同じことになり、上述の場合と同じ議論が成り立つ。

同様な原理に基づきながら、連続時間で動作するモデル<sup>(11), (12)</sup>も提案されている。しかし、これは2種類のシナプスを用いており、遅延時間の短いシナプスの働きで $X$ を $S^\mu$ に引き寄せたところで、遅延時間の長いシナプスによって $S^{\mu+1}$ の近くまで一気に状態が移るようにしているに過ぎない。そのため、滑らかに想起するとは言えないし、例えば $S^\mu$ と $S^{\mu+1}$ のちょうど中間の状態を初期状態として与えるとうまく動作しない。

以上のように、相互相関行列を用いた時系列パターンの連想記憶では、同期ということが本質的な意味をもち、そのような機構を備えていなければ想起ができない。しかし、次節で述べるように、これは決してこのモデルに限った問題ではない。

## 2.2 リカレントBP学習

動的連想記憶に対する別のアプローチとして、いわゆるリカレントネットのBP学習、すなわち相互結合をもつ神経回路網で時系列パターンを教師信号とする逆伝搬学習を行う方法がある。しかしながら、学習時のダイナミクスが連続時間だと、実際に学習がうまくいくのは小規模な回路網にごく単純なパターンを入力した場合だけである。学習の際に離散時間・同期型のダイナミクスを用いれば複雑なパターンでも学習可能だが、2.1で述べたのと同じ理由から、想起時のダイナミクスも同期型でなくてはならない。では、なぜ連続時間の場合には学習が困難なのであろうか。

時系列パターンを安定に想起するためには、それが力学系のアトラクタになっていることが必要である。しかし、BP学習というのは、与えられた軌道と系の状態との誤差を最小化するものであって、その軌道がアトラクタになることを保証するものではない。それどころか、このことは次のような理由からほとんど期待できないのである。

まず、ある静的パターン $S^0$ を記憶した場合を考慮しよう。このとき、状態空間において、点 $S^0$ は孤立した点状のアトラクタであり、周辺の流れはすべてほぼ $S^0$ の方向へ向いている。回路網にエネルギー関数が定義される場合には、 $S^0$ はその極小点となる。一般に、

$X \simeq \tilde{X}$ のとき $V \simeq \tilde{V} (\equiv W\tilde{X})$ であるから、 $S^0$ において $V$ を $S^0$ 自身に向けることができれば、このような流れは自然に形成される。

これに対して、 $S^0$ から全く別のパターン $S^1$ へ徐々に変化する動的パターンを安定に記憶できたとすると、状態空間において点 $S^0$ から点 $S^1$ へ向かう軌道は線状のアトラクタになっていて、軌道上では $S^1$ への緩やかな流れがあるはずである。また、その周辺ではこの軌道に向かう流れがあるが、一般に軌道は大きくカーブしている( $n$ 次元の超球面上にあることに注意)ため、流れの向きは軌道に対して垂直に近くなければならない。直観的に言えば、エネルギー関数(仮想的に考える)は大きくうねった峡谷のような形をしており、その底が軌道になっていると考えられる。

ところが、このような力学系を形成するのは非常に難しい。なぜなら、軌道上のある点を中心としてその周囲での流れを考えたとき、その点から等距離でも場所によって $V$ が大きく異なっているからである。つまり、 $X$ のごく一部の成分が変化したときに、それがどの成分かによって $V = WX$ が大きく変わらなければならない。このようなことを、ある1点の周りだけでなく、長い軌道の至るところで実現しようとするれば、どうしても多数の隠れ細胞が必要となる。その数は、パターンの次元や記憶量の増加と共に指数的に増大すると予想される。このことは、同時に学習時間や計算量の爆発的な増加や収束性の著しい低下をもたらす。

このように、連続時間でのリカレントBP学習がうまくいかない根本的な原因として、線状に広がるアトラクタを作りにくいという力学系の性質が挙げられる。これは、従来のダイナミクスのかなり本質的な性質であり、学習則によるものではない。従って、学習則をいくら改良したとしても、上述の問題の解決は困難である。

## 3. 非単調ダイナミクスを用いたモデル

連続時間のダイナミクスを用いて時系列パターンを滑らかに想起する方法として、例えば1次元的に広がる神経場のような特別な構造を用いる方法<sup>(13)</sup>もある。しかしながら、前章で議論したように、ほぼ一様な構造の回路網において、与えられた時系列パターンを動的アトラクタとするためには、回路網のダイナミクス自体を変えることが必要だと考えられる。但し、ダイナミクスを変えと言っても、必要最小限の変更にとどめたい。

そのような観点からまず考えられるのが、静的なパターンの連想記憶において極めて効果的であった非単調ダイナミクスを採用することである。非単調ダイナミクスは、記憶するパターンがクラスタなどの構造をもっているとき、その構造をうまく生かす能力をもつことが知られている<sup>(14)</sup>。時系列パターンは静的パターンが状態空間中で線状に連なっている場合に相当することから、この方法は非常に有望だと言える。

3.1 非単調アナログ神経回路網

次のような連続時間のダイナミクスを考える。

$$\tau \frac{du_i}{dt} = -u_i + \sum_{j=1}^n w_{ij}y_j \tag{5}$$

$$y_i = f(u_i) \tag{6}$$

ここで、 $y_i$  は  $i$  番目の細胞の出力、 $u_i$  は平均膜電位を表す内部変数、 $\tau$  は時定数、 $f(u)$  は出力関数である。

通常、 $f(u)$  としてシグモイド型の単調非減少関数を用いるが、これを図2のような非単調関数に変えたのが非単調ダイナミクスであり、このような回路網を非単調アナログ神経回路網と言う。ここでは、

$$f(u) = \frac{1 - e^{-cu}}{1 + e^{-cu}} \cdot \frac{1 + \kappa e^{c(|u|-h)}}{1 + e^{c(|u|-h)}} \tag{7}$$

を用いる ( $c, c', h$  は正の定数、 $\kappa$  は1以下の定数)。なお、後述の数値実験では、 $c = 50, c' = 10, h = 0.5, \kappa = -1$  としている。

このモデルでは、細胞の出力  $y_i$  と内部状態  $u_i$  の符号が異なる場合がある。そのため、外部から  $x_i = \text{sgn}(u_i)$  が観察でき、 $X = (x_1, \dots, x_n)^T$  によって想起の結果を得るものとする。厳密に言えば、この系の状態を記述するのはベクトル  $U = (u_1, \dots, u_n)^T$  であるが、以下では象限ごとに離散化した状態空間を考え、 $X$  のことを回路網の状態と呼ぶ。

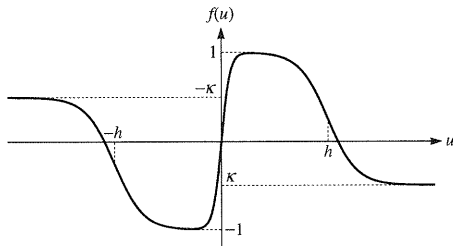


図2 非単調出力関数

Fig.2 Nonmonotonic output function.

3.2 パターン系列の記銘

便宜上、 $m$  個のパターン  $Q^0, \dots, Q^{m-1}$  がこの順に繰り返し現れるようなパターン系列を扱うことにし、これを  $\{Q^\nu\}_{\nu=0}^{m-1}$  と表す。 $m$  は十分大きいので、周期的であることに本質的な意味はない。また、パターン  $Q^\nu$  は、ほとんど同じものを複数選ばない限り任意である。但し、隣り合うパターンの間にある程度の重なりがないとうまく記憶できないので、 $Q^\nu$  と  $Q^{\nu+1}$  との距離に応じてその間を適当に補間する必要がある。

ここでは、 $Q^\nu$  ( $\nu = 0, \dots, m-1$ ) を  $2^m$  個のパターンの中から独立かつランダムに選ぶことにする。そして、これらの間を等間隔に並ぶ  $a-1$  個のパターンでなるべく滑らかに補間して作った系列 (図3参照)  $\{S^\mu\}_{\mu=0}^{l-1}$  ( $l = am$ ) を回路網に記憶させる。ここで言う「滑らか」とは、 $\mu$  を1ずつ増やしていったときに、 $s_i^\mu$  の値の変化が少ない (例えば  $s_i^1 = 1, s_i^2 = -1, s_i^3 = 1$  とはならない) という意味である。

具体的には、例えば次のようにすればよい。まず  $S^{a\nu} = Q^\nu$  ( $\nu = 0, \dots, m$ , 但し  $Q^m = S^l = Q^0$ ) とする。次に、 $Q^\nu$  の成分  $q_i^\nu$  ( $i = 1, \dots, n$ ) のうち  $q_i^{\nu+1}$  と等しいものが  $b$  個あるとき (この場合  $b$  は約  $n/2$  となる)、残りの  $n-b$  個の中から  $i$  の大きい方から順に  $(n-b)/a$  個を  $q_i^{\nu+1}$  に置き換え、これを  $S^{a\nu+1}$  とする。同様にして、 $\xi(n-b)/a$  個を置き換えたものを  $S^{a\nu+\xi}$  とする ( $\xi < a$ )。この操作により、すべての隣り合うパターンについて成分の約  $1 - 1/(2a)$  が一致することになる。

このようにして得られたパターン系列について

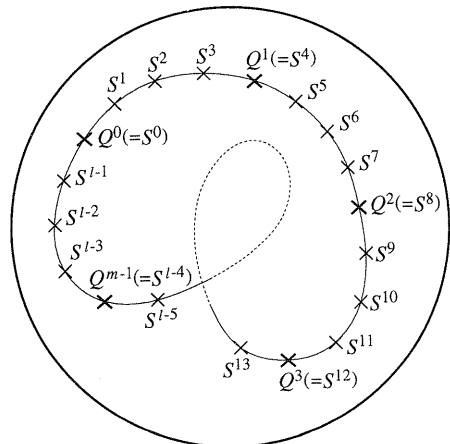


図3 パターン系列の補間 ( $a = 4$  の場合)

Fig.3 Interpolated pattern sequence.

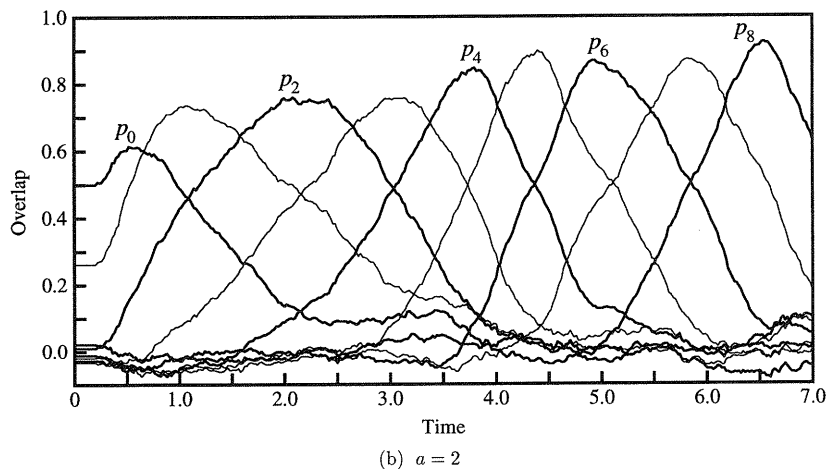
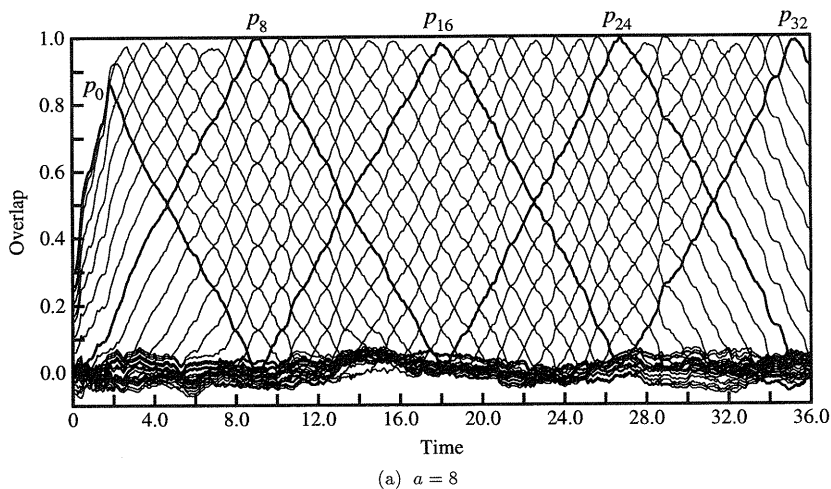


図6 補間の仕方を変えたときの想起の様子

Fig. 6 Relation between the way of interpolation and the manner of recollection.

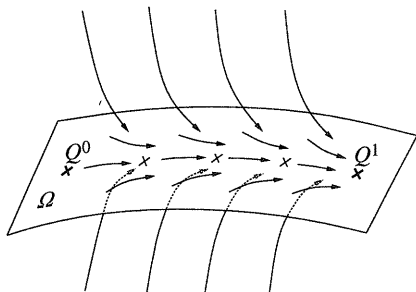


図7  $Q^0-Q^1$ 間における流れの模式図

Fig. 7 Schematic dynamical structure between  $Q^0$  and  $Q^1$ .

起の速度をある程度変えられることを意味する。但し、 $a$ はあまり小さくできないし、大きくしすぎると $X$ が途中で止まってしまうことがある(4.参照)。

#### 4. 考 察

非単調ダイナミクスを用いると、どのように力学系の構造が変化し、系列の滑らかな想起を可能にするのであろうか。

この問題に対する一つの手掛りが図6から得られる。この図の(a)および(b)で、 $p_\mu$ は1に達しておらず、 $X$ は $S^\mu$ 上を通過してはいない。しかしながら、 $p_\mu + p_{\mu+a}$ の値はある期間1に近い一定値を保っている。また、図5と同様に $p_a-p_0$ 平面上に $X$ の軌跡をブ

ロットしてみると、 $X$ は $Q^0$ と $Q^1$ を結ぶ直線に近づき、その上を動くことがわかる。つまり、この平面で見る限り、 $X$ は $S^\mu$  ( $0 < \mu < a$ )と全く同じ点を通る。

このことは、 $Q^0$ と $Q^1$ を結ぶ軌道付近において、力学系が図7のような構造をしていることを示唆する。この図で、曲面 $\Omega$ は図5における線分 $Q^0$ - $Q^1$ 上の状態からなる部分空間を表す。 $X$ が $\Omega$ 上にあるとき、 $q_i^0 = q_i^1$ が成り立つすべての $i$ について、 $x_i = q_i^0$ となる。逆に、そのような状態はすべて $\Omega$ に属する。 $\Omega$ の外側では、 $X$ を $\Omega$ に向けて強く引き込もうとする流れがある。しかし、そうした流れは $\Omega$ に近づくにつれて弱くなり、 $\Omega$ 上では軌道 $Q^0$ - $Q^1$ とほぼ並行する緩やかな流れとなる。

このような曲面は、 $Q^0$ - $Q^1$ 間だけでなく、一般に $S^\mu$ - $S^{\mu+a}$ 間、更には $S^\mu$ - $S^{\mu+\xi}$  ( $1 \leq \xi \leq a$ )間についても考えることができる。これを $\Omega(S^\mu, S^{\mu+\xi})$ と表し、 $\Omega$ 面と呼ぶことにしよう。近隣の $\Omega$ 面は重なり合っており、例えば $a \geq 4$ のとき、軌道上の $S^3$ と $S^4$ の間にある状態は、 $\Omega(S^0, S^4)$ 、 $\Omega(S^1, S^5)$ 、 $\Omega(S^2, S^6)$ 、 $\Omega(S^3, S^7)$ のいずれにも含まれる。 $X$ はこのような $\Omega$ 面の上を次々と渡り動き、多少の外乱が加えられても近くの $\Omega$ 面にすぐ引き戻されるため、想起が安定に続くわけである。

では、こうした力学的構造がどのようにして実現されるのであろうか。その基本的な仕組みは、静的なパターンとの連想記憶において記憶パターンがクラスタを成す場合<sup>(14)</sup>と同様だと考えられる。

$\Omega(Q^0, Q^1)$ について、 $a=4$ の場合で考えよう。議論をわかりやすくするため、一般性を失うことなく

$$Q^0 = (\overbrace{1, 1, \dots, 1}^n)^T, \quad Q^1 = (\overbrace{1, \dots, 1}^b, \overbrace{-1, \dots, -1}^{n-b})^T$$

と仮定する。 $b$ はほぼ $n/2$ である。このとき、 $s_i^\xi$  ( $\xi = 0, \dots, 4$ )は $i \leq b + \xi(n-b)/4$ について1、それ以外で-1をとる。また、 $\Omega$ は $s_1 = \dots = s_b = 1$ が成り立つような状態 $S = (s_1, \dots, s_n)^T$ の集合である。 $\Omega$ には約 $2^{0.5n}$ 個の状態が含まれるが、これは全状態 ( $2^n$ 個)に比べればごく少数だと言える。

今、回路網の初期状態が、 $S^1$ と重なり率 $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ )をもつ状態の中からランダムに選ばれたとしよう。 $X = S^1$ の状態にあったところにランダムな外乱が加わり、 $x_i$ のうち $n(1-\alpha)/2$ 個の符号が反転したと考えてもよい。このとき、 $X$ はほぼ確率1で $\Omega$ 面の外部にある。式(8)より、

$$V \equiv WY = \frac{1}{4n} \sum_{\mu=0}^{l-1} (Y^T S^\mu) S^{\mu+1} \quad (10)$$

であるが、 $|u_i|$ があまり大きくなければ $Y \simeq X$ であるから、初期状態では

$$\begin{aligned} V &\simeq \frac{1}{4} \sum_{\mu=0}^{l-1} p_\mu S^{\mu+1} \\ &\simeq \frac{\alpha}{16} (S^{l-1} + 2S^0 + 3S^1 \\ &\quad + 4S^2 + 3S^3 + 2S^4 + S^5) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。 $s_1^\xi = \dots = s_b^\xi = 1$  ( $\xi = 0, \dots, 4$ )なので、 $v_j$  ( $j = 1, \dots, b$ )は大きな正値をとる。従って、 $x_1, \dots, x_b$ のうち初期状態で-1であったものは、速やかに1になろうとする。こうして、言わば近接する数個のパターンの協調により、 $X$ は $\Omega$ の方へ引き寄せられる。但し、このことは従来のダイナミクスの場合にも全く同様に成り立つ。

しかしながら、従来のダイナミクスでは、 $X$ が $\Omega$ に達した後も $V$ の向きは式(11)のまま変わらない。そのため、 $V$ の $\Omega$ に平行な成分、すなわち $X$ をパターン系列に沿って動かす力が小さく、 $X$ は $S^0$ から $S^4$ およびその他多くの $S^\mu$ のすべてに均等に近しい状態へ向かってしまう。

一方非単調ダイナミクスの場合、 $X$ が $\Omega$ に近づくにつれて $u_j$  ( $j \leq b$ )がどんどん大きくなるため、 $f(u)$ の非単調性によって $y_j$ は逆に小さくなる。例えば $X \simeq S^1$ のとき、これによって $Y$ と $S^{l-2}$ 、 $S^{l-1}$ 、 $S^0$ 、 $\dots$ 、 $S^4$ との内積はいずれも減少するが、 $Y^T S^\mu$  ( $\mu \neq 1$ )は0に近くなるので、 $Y^T S^1$ の相対的な比率が増大する。その結果、 $|V|$ が減少すると共に $V$ の向きが $S^2$ の方へ変わる。このようにして、 $\Omega$ 面上でパターン系列に沿った緩やかな流れが生じるものと考えられる。

以上はかなり直観的な説明であるが、その妥当性を確かめるために、実際に個々の細胞の挙動を見てみよう。図8は、図4(b)に示した実験において、ある特定の細胞 ( $k$ 番目とする)への入力 $v_k$  (実線)、その膜電位 $u_k$  (破線)および出力 $y_k$  (点線)がどのように変化したかを示している。この細胞に対応する $\{S^\mu\}$ の成分は、 $0 \leq \mu \leq 3$ 、 $8 \leq \mu \leq 11$ 、 $\mu = 16$ のとき1、 $4 \leq \mu \leq 7$ 、 $12 \leq \mu \leq 15$ のとき-1をとる。また、図の上部には、 $X$ と $\Omega(S^\mu, S^{\mu+3})$ との近さを表す量

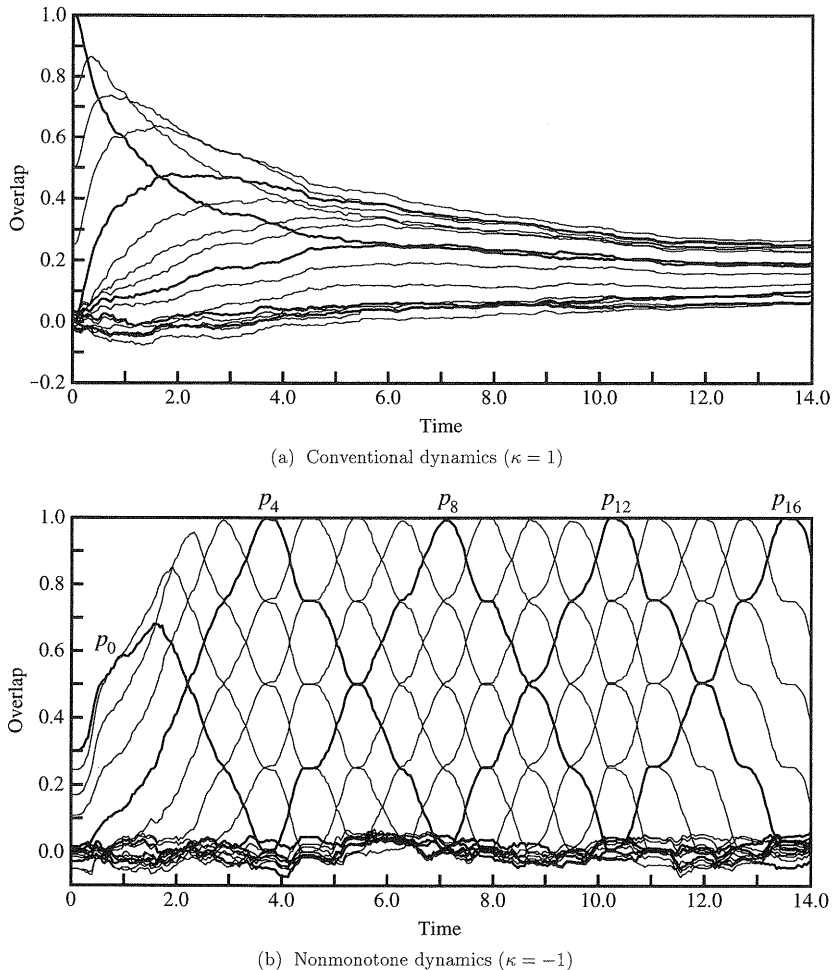


図4 重なり率  $p_0 \sim p_{16}$  の時間変化  
 Fig. 4 Time course of the overlaps  $p_0, \dots, p_{16}$ .

$$W = \frac{1}{n} \sum_{\mu=0}^{l-1} \frac{1}{a} S^{\mu+1} S^{\mu T} \quad (8)$$

$$p_{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i s_i^{\mu} \quad (9)$$

を求め<sup>†</sup>, これを荷重行列とすることで記憶が完了する。なお, 系列が複数個ある場合も全く同様に記憶させることができ, モデルの動作も同じである。

### 3.3 シミュレーション実験

細胞数  $n = 1000$  の回路網について, 計算機上でシミュレーション実験を行った。ここでは主に,  $m = 100$ ,  $a = 4$  ( $l = 400$ ) とした場合の結果を示す。

まず,  $X$  の  $S^{\mu}$  との重なり率 (overlap) を

と定義する。  $p_{\mu} = 1$  のとき  $X = S^{\mu}$  である。

図4は,  $p_0$  から  $p_{16}$  の時間変化を示したものである。(a)は従来のダイナミクスの場合 (式(7)で  $\kappa = 1$ とした場合) であり,  $X = S^0$  を初期状態として与えた。また, (b)は非単調ダイナミクスを用いた場合 ( $\kappa = -1$ ) で,  $p_0 = 0.3$  となるような状態の一つをランダムに選

<sup>†</sup>  $Q^{\nu} - Q^{\nu+1}$  を補間するパターン数が  $\nu$  によって異なる場合は, それに応じて  $S^{\mu+1} S^{\mu T}$  の係数を変えた方がよい, その意味を込めて, 式(8)で  $1/a$  を  $\sum$  の後においた。

んで初期状態とした。グラフの横軸は時定数  $\tau$  を単位とする時間であり、太線は  $p_{4\nu}$  ( $Q^\nu$  との重なり率) を表す。

パターンの作成法から明らかなように、 $p_0 = 1$  のとき  $p_1, p_2, p_3$  はそれぞれ約 0.75, 0.5, 0.25, その他の  $p_\mu$  はほぼ 0 である。(a) では、それらのピーク値が順に低下していき、十分な時間の後には 0.3 以上の  $p_\mu$  は存在しないことがわかる。これは、状態空間において、最初  $X$  が系列の進行方向に動き出すものの、次第にパターン系列から離れていくことを示している。また、 $p_1$  から  $p_7$  はすべて 0.3 付近の値に収束しているが、このことは  $X$  が  $S^1$  から  $S^7$  のいずれともほぼ等距離にある中間の状態に達し、そこでほとんど動かなくなったことを意味する。

一方 (b) では、 $p_0$  が 0.3 から約 0.7 まで増加するのにつれて、 $p_1$  は 0.85,  $p_2$  は 0.95 とピーク値が次第に増加していき、それ以降の  $p_\mu$  はほぼ 1 に達している。この際、 $p_\mu$  は  $3\tau$  あまりの時間をかけて徐々に増加してピーク値に達し、そこから再び 0 付近までゆっくりと減少している。このことは、 $X$  が  $S^\mu$  ( $\mu \geq 3$ ) から  $S^{\mu+1}$  へ連続的に遷移することによって、 $S^3$  以下のパターンが次々と想起されていることを表す。この後、 $X$  は軌道を 1 周して  $t = 330\tau$  頃に  $X \simeq S^0$  となった。このように、非単調ダイナミクスを用いると、かなりノイズを含んだパターンからでも、記憶したパターン系列をほぼ完全に想起できることがわかる。

非単調ダイナミクスによる想起の様子を別の角度から示したのが図 5 である。図の縦軸と横軸はそれぞれ  $p_0$  と  $p_4$  であり、 $0 \leq t \leq 10\tau$  における  $X$  の軌跡が実線で描かれている。この図で、パターン  $S^0 (= Q^0)$

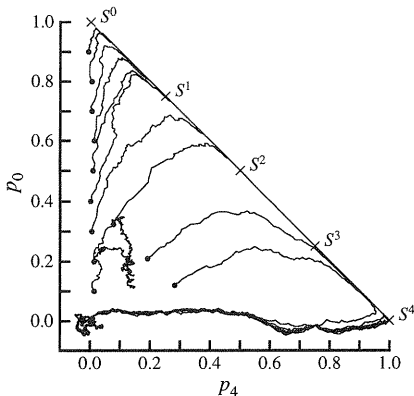


図5  $p_4-p_0$  平面で見た回路網の状態遷移の様子

Fig. 5 Transition of the network state on the  $p_4-p_0$  plane.

と  $S^4 (= Q^1)$  はそれぞれ点  $(0, 1)$  および  $(1, 0)$  の辺りに位置する。また、 $S^1, S^2, S^3$  はこの 2 点を結ぶ直線上に等間隔に並ぶことになる。初期状態 (図の黒丸) として与えたのは、 $S^0$  にいろいろな大きさのノイズを加えたパターン (縦に並ぶ 9 点), および  $S^1, S^2, S^3$  にノイズを加え、それらとの重なり率が 0.4 となるようにしたパターン (その他の 3 点) である。

この図から、 $X$  がパターン系列に徐々に近づいていき、 $S^0$  と  $S^4$  とを結ぶ軌道に達する様子を読み取れる。また、軌道に近づくにつれて、流れの向きが軌道に対して垂直から平行へと変化していることがわかる。このような流れは、 $S^\mu$  の周囲だけでなく、 $S^\mu$  と  $S^{\mu+1}$  の中間にも存在する。以上のことから、パターン系列に沿った軌道が、かなり大きな引込み領域をもつ動的アトラクタになっていると断言できよう。

なお、初期状態がパターン系列から離れすぎていると、うまく想起ができない。この場合にも  $X$  はある程度まで目的の軌道に近づくが、そこでほとんど動かなくなるか再び遠ざかってしまう。この辺りの事情は、静的パターンの連想記憶の場合<sup>(7)</sup>と同じである。また、想起がうまくいく  $m$  の上限 (記憶容量) は、前記の条件下で約  $0.25n$  であった。但し、記憶容量は補間の仕方や関数  $f(u)$  の形にも依存し、この値が絶対的な上限というわけではない。

次に、 $\{Q^\nu\}$  を補間するパターンの数を変えたときのモデルの挙動を示す。

図 6 (a) は、上記の実験と同じ  $\{Q^\nu\}_{\nu=0}^{m-1}$  について、 $Q^\nu$  と  $Q^{\nu+1}$  を七つのパターンで補間した ( $a = 8$ ) 場合の  $p_\mu$  の時間変化である。初期状態その他の条件は  $a = 4$  の場合と同じである。図 4 (b) と比べて、 $p_\mu$  のピーク値がやや小さいが、ほぼ正しいパターン系列が想起されている。また、 $p_\mu$  の増え方や減り方が直線的であることから、 $X$  がより滑らかに移動していることがわかる。

同様に補間するパターンを一つにした ( $a = 2$ ) 場合が図 6 (b) である。但し、(a) と同じ初期状態 ( $p_0 = 0.3$ ) からでは想起不能だったので、 $p_0 = 0.5$  となる初期状態を与えた。細かく補間したときと比べて、 $p_\mu$  のピーク値がかなり小さいものの、 $X$  は何とかパターン系列に沿って動いていることがわかる。

このように、 $a$  の値が変わると想起能力などに違いが生じるが、特に注目すべき点は、 $X$  が  $Q^\nu$  のそばから  $Q^{\nu+1}$  に近づくまでの時間が  $a$  と共に大きく増加していることである。このことは、補間の仕方によって想



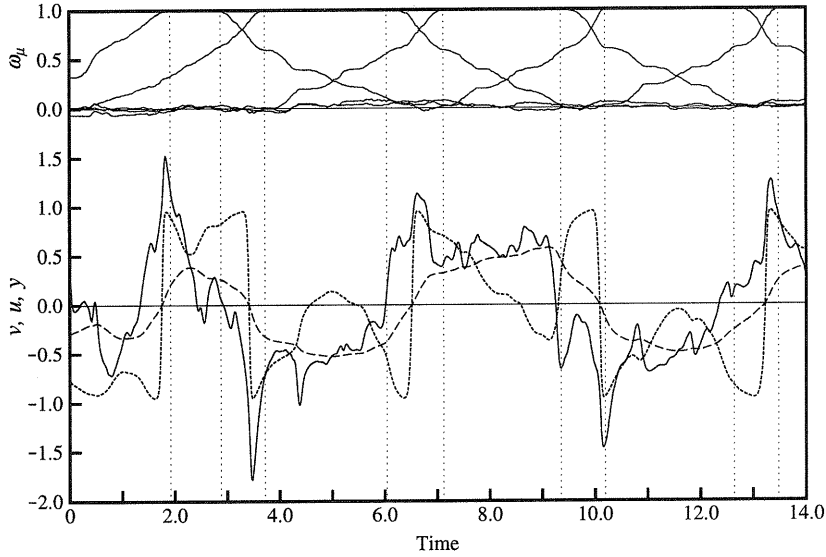


図8 系列想起時の細胞の入出力の変化

Fig. 8 Change in the input and output of a neuron in the recalling process.

$$\omega_\mu = \frac{X^T(S^\mu + S^{\mu+3})}{n + S^\mu T S^{\mu+3}} \quad (12)$$

を  $\mu = 0, 4, 8, 12, 16$  についてプロットした。  $\omega_\mu = 1$  のとき  $X \in \Omega(S^\mu, S^{\mu+3})$  であるが、それが成り立つ区間の最初と最後を縦の点線で表示してある。

図4 (b) とも照らし合わせることで、この図から以下の様子が読み取れる。まず、初期状態で  $u_k < 0$  だったのが、  $\omega_0$  が1に近づくにつれて  $v_k$  が急激に増加し、それに伴って  $u_k$  も増加して正に変わる。その直後に  $y_k = 1$  となるが、  $u_k$  が更に増え続けるため、  $y_k$  は減少に転じる。これとほぼ同時に  $v_k$  もピークを過ぎ、まもなく  $X$  が  $\Omega(S^0, S^3)$  に達する。その後しばらくは  $u_k > 0$  であるが、この間  $|v_k|$  は小さな値をとる。

$s_k^3 = 1$  かつ  $s_k^4 = -1$  であるから、  $X$  が  $S^3$  の側を通過した後  $u_k$  は負に変わらなければならない。この過程で、  $X$  は  $\Omega(S^0, S^3)$  を離れて  $\Omega(S^4, S^7)$  へ乗り移る（両  $\Omega$  面は全く重ならない点に注意）が、これは初期状態から  $\Omega(S^0, S^3)$  に向かう過程によく似ている。すなわち、  $|v_k|$  は一瞬非常に大きくなるが、  $X$  が  $\Omega(S^4, S^7)$  に達したところには小さな値に戻る。

以後同様に、  $X$  が  $\Omega(S^8, S^{11})$  や  $\Omega(S^{12}, S^{15})$  に乗り移る過程でのみ  $|v_k|$  と  $|y_k|$  が大きくなり、  $X$  がこれらの  $\Omega$  面の中央付近（  $S^9 - S^{10}$  間や  $S^{13} - S^{14}$  間）にいるときには、  $|u_k|$  は大きく  $|v_k|$  や  $|y_k|$  は小さいことが

わかる。この結果は、前述の説明を支持するものだとと言える。

なお、  $v_k$  のグラフに見られる多数の小さなピークも、多くは  $\omega_\mu$  が1に達する直前にある。例えば、  $t = 4.4\tau$  付近にある負のピークは、  $X$  が  $\Omega(S^1, S^4)$  から  $\Omega(S^5, S^8)$  に乗り移る際に、  $u_i$  の符号が変わる約  $n/8$  個の細胞の出力が大きく変動するために生じたものである。

ところで、図6で  $a$  が大きくなるにつれて  $X$  の移動速度が低下したのは、  $S^\mu$  と  $S^{\mu+1}$  とが非常に近くなり、  $V$  の  $\Omega$  に平行な成分が減少するからだと考えられる（  $a \rightarrow \infty$  で  $W$  は対称行列になることに注意）。これと同様の効果は、  $W$  の対角成分  $w_{ii}$  ( $i = 1, \dots, n$ )、すなわち細胞の自己結合強度を大きくすることによっても生じる。従って、もし  $w_{ii}$  を外部から実時間で変えることができれば、想起速度をかなり自在にコントロールすることが可能である。

## 5. むすび

時系列パターンの記憶という観点から、神経回路網の力学について考察し、その問題点を明らかにした。また、非単調ダイナミクスを用いた動的連想記憶モデルを提案し、その能力や力学的構造を解析した。

このモデルの特長をまとめると、次のようになる。

- (1) 回路網の構造が単純で、同期機構や遅延回路

その他の特殊な構造が不要である。

(2) ほとんど任意のパターン系列を記憶できる。一部の細胞に注目して他を隠れ細胞とみなせば、同じパターンが複数回現れるような系列でも記憶可能である。

(3) 複数の動的および静的パターンを、一つの回路網に同じ方式で記憶できる（後者は周期1のパターン系列に相当する）。記憶容量は主として独立なパターンの数で決まり、細胞数に比例して増加する。

(4) 記憶したパターン系列は、力学系の動的アトラクタの中に埋め込まれる。そのため、かなりのノイズが加えられても、安定かつ滑らかに想起することができる。

(5) パターン系列の補間の仕方や細胞の自己結合を変えることによって、想起速度を調節することができる。

本研究では、動的アトラクタが形成される仕組みについて直観的な説明を与えたが、より厳密な解析は今後の研究課題である。そのほか、学習の導入<sup>(15)</sup>や時系列パターンの認識なども興味深い問題である。

#### 文 献

- (1) Amari S.: "Learning patterns and pattern sequences by self-organizing nets of threshold elements", IEEE Trans. Comput., **C-21**, 11, pp.1197-1206 (1972).
- (2) 福島邦彦: "時空間パターンの連想形記憶", 信学論(D), **57-D**, 7, pp.401-407 (1973-07).
- (3) Pineda F.J.: "Generalization of back-propagation to recurrent neural networks", Physical Rev. Lett., **59**, 19, pp.2229-2232 (1987).
- (4) Pearlmutter B.A.: "Learning state space trajectories in recurrent neural networks", Neural Computation, **1**, pp.263-269 (1989).
- (5) Williams R.J. and Zipser D.: "A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks", Neural Computation, **1**, pp.270-280 (1989).
- (6) 銅谷賢治, 吉澤修治: "時間パターン記憶の神経回路網モデル", 信学論(D-II), **J73-D-II**, 8, pp.1150-1157 (1990-08).
- (7) 森田昌彦, 吉澤修治, 中野 馨: "自己相関連想記憶の想起過程とその改良", 信学論(D-II), **J73-D-II**, 2, pp.232-242 (1990-02).
- (8) Morita M.: "Associative memory with nonmonotone dynamics", Neural Networks, **6**, 1, pp.115-126 (1993).
- (9) 森田昌彦: "非単調・アナログ神経回路網による時系列パターンの記憶", 神経回路学会第4回大会講演論文集, pp.31-32 (1993).
- (10) Morita M.: "Smooth recollection of a pattern sequence by nonmonotone analog neural networks",

Proc. 1994 Int. Conf. on Neural Networks, **2**, pp.1032-1037 (1994).

- (11) Sompolinsky H. and Kanter I.: "Temporal association in asymmetric neural networks", Physical Rev. Lett., **57**, 22, pp.2861-2864 (1986).
- (12) Kleinfeld D.: "Sequential state generation by model neural networks", Proc. Natl. Acad. Sci. USA, **83**, pp.9469-9473 (1986).
- (13) 二見亮弘, 星宮 望: "相互結合型神経回路網の状態遷移に基礎をおく時系列パターン認識の神経回路モデル", 信学論(D), **J71-D**, 10, pp.2181-2190 (1988-10).
- (14) 森田昌彦, 吉澤修治, 中野 馨: "非単調ダイナミクスを用いた構造をもつパターンの連想記憶", 信学論(D-II), **J75-D-II**, 11, pp.1884-1891 (1992-11).
- (15) 森田昌彦: "非単調ダイナミクスを用いた時系列パターンの学習", 日本神経回路学会誌, **1**, 2, pp.69-74 (1994).

(平成6年6月22日受付, 11月28日再受付)



森田 昌彦

昭61東大・工・計数卒。平3同大大学院博士課程了。平4筑波大学電子・情報工学系講師、現在に至る。生体情報工学、特に神経回路網の力学および脳の記憶機構の研究に従事。